

प्रयोग 6

उद्देश्य

सरल लोलक का उपयोग करके $L-T$ और $L-T^2$ ग्राफ़ आलेखित करना। इस प्रकार उपयुक्त ग्राफ़ द्वारा सेकंडी लोलक की प्रभावी लंबाई ज्ञात करना।

उपकरण तथा सामग्री

क्लैंप स्टैंड, कटी हुई कॉर्क, हुक सहित भारी (लोहे/पीतल) गोलीय गोलक, एक हल्का उत्तम (लगभग 2 m लम्बा) सूती धागा/डोरी, विराम घड़ी, मीटर स्केल, ग्राफ़ पेपर, पेंसिल तथा रबर।

विद्यालयी-प्रयोगशालाओं में समय मापन युक्तियों का विवरण

विद्यालयों की प्रयोगशालाओं में समय मापने के लिए उपयोग होने वाली सर्वसामान्य युक्ति विराम घड़ी है। जैसा कि नाम से विदित होता है इनमें ऐसा प्रावधान होता है कि इन्हें प्रयोग-कर्ता की इच्छानुसार आरंभ किया अथवा रोका जा सकता है।

(a) विराम घड़ी (स्टॉप वॉच)

विराम घड़ी (अनुरूप)

विराम घड़ी एक विशेष प्रकार की घड़ी होती है। इसमें एक बहुउद्देशीय घुंडी अथवा बटन B, इसे आरंभ करने/रोकने/ वापस शून्य स्थिति में लाने के लिए होती है (चित्र E 6.1(a))। इसमें दो वृत्तीय डायल होते हैं, जिनमें बड़ा डायल सेकंड की लंबी सुई के लिए तथा छोटा डायल मिनट की छोटी सुई के लिए होता है। सेकंड वाले डायल में प्रायः 30 बराबर भाग होते हैं जिनमें प्रत्येक भाग 0.1 सेकंड को निरूपित करता है। विराम घड़ी का उपयोग करने से पूर्व आपको इसका अल्पतमांक ज्ञात कर लेना चाहिए। एक घूर्णन में सेकंड की सुई 30 सेकंड पूरे करती है (जिसे काले रंग द्वारा दिखाया जाता है)। इसके बाद दूसरे घूर्णन में यह 30 सेकंड और पूरे करती है (जिसे लाल रंग द्वारा दिखाया जाता है)। अतः घड़ी का अल्पतमांक 0.1 सेकंड है।

(b) विराम घड़ी (स्टॉप क्लॉक)

जैसा कि आप जानते हैं स्टॉप वॉच का अल्पतमांक प्रायः 0.1s होता है जबकि स्टॉप क्लॉक [चित्र E 6.1 (b)] का अल्पतमांक लगभग 1s होता है। अतः विद्यालयी प्रयोगशाला में समय-अंतराल की अधिक परिशुद्ध माप के लिए स्टॉप वॉच

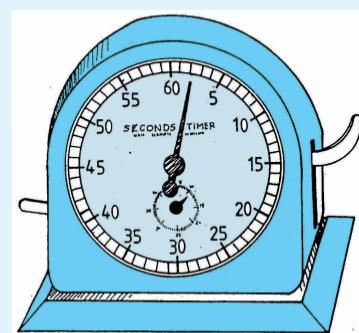


चित्र E 6.1 (a) विराम घड़ी

को अधिक पसंद किया जाता है। आजकल अंकीय विराम घड़ियाँ भी उपलब्ध हैं। इन घड़ियों को बटन दबाकर आरंभ किया जा सकता है तथा उसी बटन को एक बार फिर दबाकर रोका भी जा सकता है। इस प्रकार बीता समय सीधे ही घड़ी पर अंकित हो जाता है।

पद एवं परिभाषाएँ

- सेकंड लोलक-** यह वह लोलक है जो अपनी एक चरम स्थिति से दूसरी चरम स्थिति तक गमन करने में यथार्थ रूप से 1s का समय लेता है। अतः इसका आवर्त काल यथार्थतः 2s है।
- सरल लोलक-** किसी दृढ़ बिंदु टेक से किसी अवतान्य द्रव्यमान रहित डोरी से निलंबित कोई बिंदु द्रव्यमान को सरल लोलक कहते हैं। व्यवहार में, किसी दृढ़तापूर्वक टिके क्लैप स्टैंड से हल्के सुनम्य एवं पक्के धागे/डोरी से निलंबित उच्च घनत्व के पदार्थ से बना r त्रिज्या (जो धागे की लंबाई की तुलना में बहुत छोटी है) का गोल गोलक (चित्र E 6.2) आदर्श सरल लोलक का एक अच्छा सन्निकटन है।
- लोलक की प्रभावी लंबाई-** लोलक के निलंबन बिंदु तथा गोलीय गोलक के केंद्र (गुरुत्व केंद्र) के बीच की लंबाई L को लोलक की प्रभावी लंबाई कहते हैं। $L = l + r + e$ यहाँ l धागे की निलंबन बिंदु से हुक तक की लंबाई, e हुक की लंबाई तथा r गोलक की त्रिज्या है।



चित्र E 6.1(b) विराम घड़ी

सिद्धांत

सरल लोलक की गति सरल आवर्त गति (SHM) होती है क्योंकि गति करते समय लोलक के गोलक का त्वरण इसके अपनी माध्यस्थिति से विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है तथा सदैव ही माध्य स्थिति की ओर दिष्ट होता है।

छोटे आयाम के दोलनों के लिए सरल लोलक का आवर्त काल (T) निम्नलिखित संबंध द्वारा व्यक्त किया जाता है:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

(E 6.1)

यहाँ L लोलक की लंबाई, तथा g प्रयोग के स्थान पर गुरुत्वायी त्वरण है।

समीकरण 6.1 को इस प्रकार भी लिख सकते हैं:

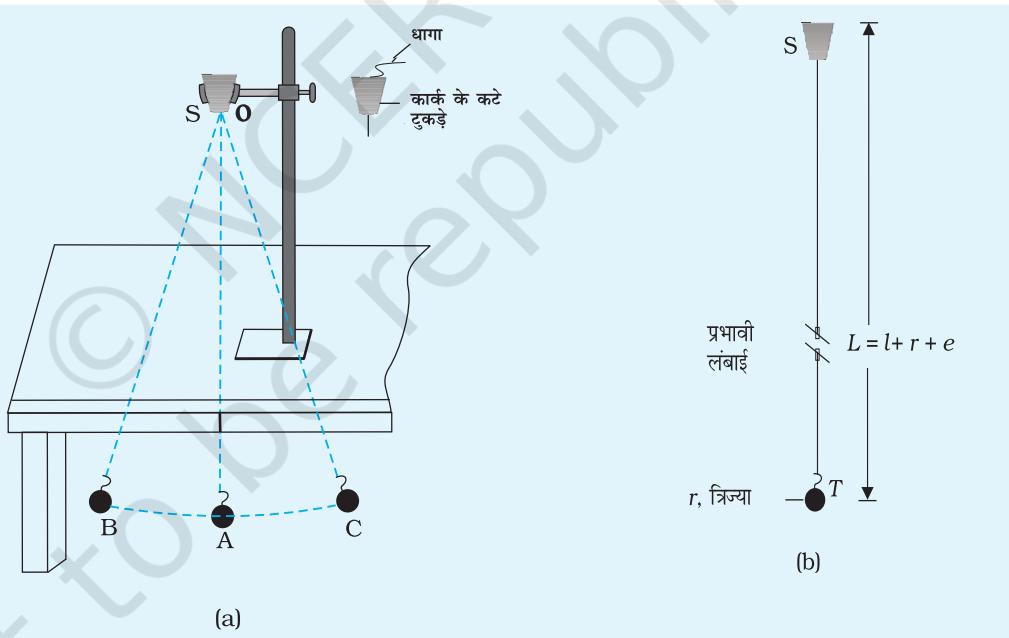
$$T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g}$$

(E 6.2)

कार्यविधि

- क्लैप स्टैंड को मेज पर रखिए। लोलक के गोलक में लगे हुक से लगभग 150 cm लंबे धागे का एक सिरा बाँधिए। धागे के दूसरे सिरे को कटी कार्क दो आधे टुकड़ों के बीच से गुजारिए।

2. कटी कार्क को दृढ़तापूर्वक क्लैंप स्टैंड में इस प्रकार कसिए कि कटी कार्क के दो टुकड़ों की पृथक्न-रेखा रेखा OA के लंबवत हो जिसके अनुदिश लोलक दोलन करता है। (चित्र E 6.2(a))। चॉक अथवा स्याही से मेज के किनारे पर उस स्थान एक ऐसी ऊर्ध्वाधर रेखा खींचिए जो गोलक के विराम की स्थिति में ऊर्ध्वाधर धारे OA के ठीक पीछे तथा इसके समांतर हो। यह ध्यान रहे कि ऊर्ध्वाधर स्थिति में गोलक मेज के किनारे से बाहर रहे (फर्श से लगभग 2 cm ऊपर) ताकि यह मुक्त दोलन कर सके।
3. चित्र E 6.2(b) में दिखाए अनुसार सरल लोलक की प्रभावी लंबाई मापिए।
4. गोलक को इसकी ऊर्ध्वाधर स्थिति OA से एक ओर विस्थापित (कोणीय विस्थापन 15° से अधिक नहीं होना चाहिए) करके धीरे से छोड़ दीजिए। यदि आपको लगे कि क्लैंप स्टैंड हिल डुल रहा है, तो उसके आधार पर कोई भारी वस्तु रखिए। यह ध्यान रहे कि गोलक अपनी विराम की (अथवा माध्य) स्थिति OA के परितः ऊर्ध्वाधर तल में दोलन आरंभ करना चाहिए तथा इसे दोलन करते समय अपने अक्ष के परितः (1) चक्रण या (2) ऊपर-नीचे गति नहीं करनी चाहिए या (3) अपने माध्य के चारों ओर दीर्घवृत्त में परिक्रमण नहीं करना चाहिए।
5. लोलक को कुछ समय तक दोलन करने दीजिए। जब कुछ दोलन पूरे हो जाएँ तो जैसे



चित्र E 6.2 (a)

दोलन करता सरल लोलक: B तथा C चरम स्थिति प्रदर्शित करते हैं

चित्र E 6.2 (b)

किसी सरल लोलक की प्रभावी लंबाई

ही गोलक अपनी माध्य स्थिति से (मान लीजिए बाएँ से दाएँ) गुजरे विराम घड़ी चालू करिए तथा इसे शून्य दोलन गिनिए।

6. जैसे ही धागा अपनी माध्य स्थिति OA से उसी दिशा में (बाएँ से दाएँ) दोबारा गुजरे हर बार दोलन की संख्या 1, 2, 3n गिनते रहिए। दोलनों की किसी निश्चित संख्या n (मान लीजिए 20 या 25) पर अर्थात् जब n दोलन पूरे हो जाएँ, तो तुरन्त विराम घड़ी

को रोक दीजिए। लोलक द्वारा n दोलन पूरे करने में लगा कुछ समय (t) नोट कीजिए। इतनी ही संख्या (n) के दोलन पूरा करने में लगे समय को नोट कर इस प्रेक्षण को कुछ बार दोहराइए। इन पाठ्यांकों का माध्य ज्ञात कीजिए। एक दोलन का समय अर्थात् लोलक का आवर्त काल $T (=t/n)$ परिकलित कीजिए।

7. लोलक की लंबाई में लगभग 10 cm का परिवर्तन करके नयी लंबाई के लिए पुनः लगभग 20 दोलनों के लिए चरण (6) को दोहराइए। 20 दोलनों का समय लगभग 50s अथवा इससे अधिक होना चाहिए। हर बार विभिन्न लंबाइयों के लिए 5 या 6 और प्रेक्षण लीजिए।
8. प्रेक्षणों को तालिका के रूप में उचित मात्रकों एवं सार्थक अंकों सहित लिखिए।
9. सारणी E 6.1 से प्रेक्षित मानों का उपयोग करके प्रभावी लंबाई L को x -अक्ष के अनुदिश तथा T^2 (अथवा T) को y -अक्ष के अनुदिश लीजिए। L तथा T^2 (अथवा T) को इन अक्षों पर निरूपित करने के लिए उपयुक्त स्केल का चयन कीजिए। L तथा T^2 के बीच ग्राफ (चित्र 6.4 में दिखाए अनुसार) तथा L एवं T के बीच ग्राफ (चित्र 6.3 में दिखाए अनुसार) आलेखित कीजिए। $L-T^2$ ग्राफ तथा $L-T$ ग्राफ की आकृतियाँ कैसी हैं? इन आकृतियों को पहचानिए।

प्रेक्षण

1. लोलक के गोलक की त्रिज्या (दी गई) $r = \dots \text{cm}$
हुक की लंबाई (e) $= \dots \text{cm}$
मीटर स्केल की अल्पतमांक $= \dots \text{mm} = \dots \text{cm}$
स्टॉप वॉच/क्लॉक का अल्पतमांक $= \dots \text{s}$

सारणी E 6.1- सरल लोलक का आवर्तकाल T एवं प्रभावी लंबाई L मापना

क्रम संख्या	गोलक के शीर्ष से निलंबन बिंदु तक धागे की लंबाई l (cm)	प्रभावी लंबाई $L = (l+e+r)$	मिने गए दोलनों की संख्या n	n दोलनों में लगा समय (t)	आवर्त काल $T (=t/n)$
	(cm)	(m)		(i)... (ii) (iii)	माध्य t (s)

ग्राफ आलेखन

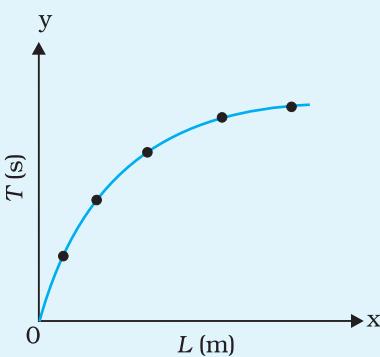
(i) T एवं L के बीच ग्राफ-

सारणी E 6.1 के प्रेक्षणों के आधार पर L को x -अक्ष तथा, T को y -अक्ष पर लेकर T एवं L के बीच ग्राफ आलेखित कीजिए। आप यह पाएंगे कि यह ग्राफ एक वक्र है जो चित्र E 6.4 में दिखाए जैसा किसी परवलय का भाग है।

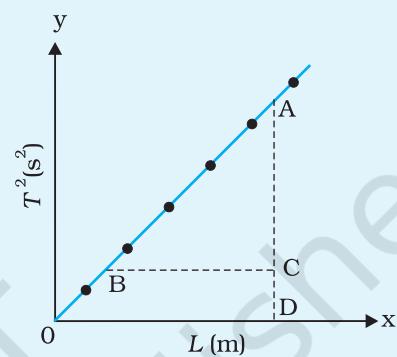
(ii) T^2 एवं L के बीच ग्राफ-

सारणी E 6.1 में दिए गए प्रेक्षणों से L को x -अक्ष के अनुदिश तथा T^2 को y -अक्ष के अनुदिश लेकर T^2 एवं L के बीच ग्राफ़ आलेखित कीजिए। आप यह पाएँगे कि यह ग्राफ़ चित्र E 6.3 में दिखाए जैसी मूल बिंदु से गुज़रने वाली एक सरल रेखा है।

(iii) T^2 एवं L के बीच ग्राफ़ से $T^2 = 4s^2$ के लिए सेकंडी लोलक की प्रभावी लंबाई ज्ञात कीजिए।



चित्र E 6.3 T एवं L के बीच ग्राफ़



चित्र E 6.4 T^2 एवं L के बीच

परिणाम

- T एवं L के बीच ग्राफ़ बनित, उपरिमुखी उत्तल है।
- T^2 एवं L के बीच ग्राफ़ एक सरल रेखा है।
- T^2 एवं L के बीच ग्राफ़ से सेकंडी लोलक की प्रभावी लंबाई ...cm है।

नोट-गोलक की त्रिज्या (a) सामान्य कैलिपर्स अथवा (b) वर्नियर कैलिपर्स की सहायता से उसको हनुओं की बीच रखकर प्रयोग E1.1(a) में किए अनुसार मापित व्यास से ज्ञात की जा सकती है। इसका मान दो समांतर कार्डबोर्ड के बीच गोलीय गोलक को रखकर तथा उनके बीच की दूरी (व्यास) को मीटर स्केल द्वारा मापकर भी ज्ञात किया जा सकता है।

परिचर्चा

- सेकंडी लोलक की लंबाई, L , के परिणाम की परिशुद्धता, मुख्य रूप से, सरल लोलक की प्रभावी लंबाई के मापन (मीटर स्केल द्वारा) की परिशुद्धता तथा लोलक के आवर्तकाल (विराम घड़ी द्वारा) के मापन में परिशुद्धता पर निर्भर करती है। समीकरण E 6.2 में आवर्तकाल, T^2 के रूप में व्यक्त होता है? अतः आवर्तकाल T के मापन में थोड़ी अनिश्चितता T^2 के मान में महत्वपूर्ण त्रुटि उत्पन्न करेगी जिससे परिणाम भी सार्थक रूप से प्रभावित होगा। इसीलिए कम परिशुद्धता की स्टॉप वॉच/क्लॉक की तुलना में 0.1s की परिशुद्धता वाली स्टॉप वॉच को वरियता दी जानी चाहिए।
- स्टॉप वॉच को आरंभ करने अथवा रोकने में देरी के कारण व्यक्तिगत त्रुटि की सदैव ही संभावनाएँ बनी रहती हैं। अतः लोलक के गोलक से जुड़ा ऊर्ध्वाधर धागा जैसे ही समान

दिशा में माध्य स्थिति से गुज़रे, तुरंत ही उसी क्षण विशेष ध्यान रखते हुए स्टॉप बॉच को आरंभ अथवा रोकना चाहिए।

3. कभी-कभी वायु के प्रवाह को रोक पाना संभव नहीं हो पाता जिसके कारण लोलक के गोलक की गति ऊर्ध्वाधर में न होकर शंक्वाकार तल में होती है। गोलक की चक्रण अथवा शंक्वाकार गति के कारण धागे में ऐंठन पड़ जाती है और परिणाम प्रभावित हो जाता है। अतः विशेष सावधानी बरतते हुए गोलक को उसकी माध्य स्थिति से एक ओर ले जाकर धीरे-से मुक्त करना चाहिए।
4. दृढ़ टेक से गोलक को निलंबित करते समय नाइलोन की डोरी के स्थान पर पतला, हल्का, पक्का, बिना कता सूती धागा उपयोग करना चाहिए। डोरी में प्रत्यास्थता के कारण प्रभावी लंबाई में त्रुटि होने की संभावना रहती है।
5. सरल लोलक अपनी मध्य साम्यावस्था की स्थिति के दोनों ओर सरल आवर्त गति (SHM) करता है। T तथा L के बीच $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, के रूप में समीकरण (6.1)

द्वारा व्यक्त संबंध तभी लागू होता है जब दोलन का आयाम छोटा हो।

याद रखिए यह संबंध इस मान्यता पर आधारित है कि $\sin \theta \approx \theta$ (रेडियन में व्यक्त करने पर) जो कि तभी वैध है जबकि कोणीय विस्थापन θ छोटा हो।

6. वायु की उत्प्लावनता एवं श्यान कर्षण के कारण लोलक के आवर्तकाल में थोड़ी वृद्धि हो जाती है। इस प्रभाव को गोलक को आमाप में छोटा, उच्च घनत्व के पदार्थ (जैसे लोहा/स्टील/पीतल) से बनाकर काफी कम किया जा सकता है।

स्व-मूल्यांकन

1. अपने द्वारा आलेखित सरल लोलक के लिए L एवं T^2 तथा L एवं T के बीच ग्राफ़ों की व्याख्या कीजिए।
2. सारणी E 6.1 का उपयोग करके यह जाँच कीजिए कि सरल लोलक प्रभावी लंबाई L के दोगुनी, चार गुनी होने पर इसके आवर्तकाल में किस प्रकार के परिवर्तन होते हैं।
3. T^2 एवं L के बीच ग्राफ़ से आप गुरुत्वीय त्वरण 'g' का मान किस प्रकार निर्धारित कर सकते हैं?

प्रस्तावित अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. सरल लोलक के लिए $L-T^2$ ग्राफ़ के द्वारा किसी दिए गए स्थान पर गुरुत्वीय त्वरण का मान निर्धारित करना।
2. सरल लोलक के आवर्तकाल पर गोलक के साइज़ के प्रभाव का अध्ययन करना।

[संकेत- इसी प्रायोगिक व्यवस्था में समान पदार्थ (घनत्व) परंतु विभिन्न आमापों (व्यासों) के कुछ गोलीय गोलक लीजिए। प्रत्येक प्रकरण में लोलक की लंबाई समान रखिए। एक-एक करके गोलकों को धागे-से बाँधिए तथा हर बार लगभग 10° का छोटा आयाम लेकर आरंभ करते हुए 50 दोलनों का समय मापिए। विभिन्न आमापों के गोलकों का उपयोग करके लोलक का आवर्त काल मापिए।]

क्या लोलक का आवर्त काल गोलक की आयाम पर निर्भर करता है? यदि हाँ, तो यह देखिए कि यह परिवर्तन किस क्रम में होता है।

3. सरल लोलक के आवर्तकाल पर उसके गोलक के पदार्थ (घनत्व) के प्रभाव का अध्ययन करना।
[संकेत- इसी प्रायोगिक व्यवस्था में विभिन्न पदार्थों के समान आयाम के कुछ गोलीय गोलक (गेंद) लीजिए। प्रत्येक प्रकरण में लोलक की लंबाई समान रखिए। विभिन्न पदार्थों के गोलकों का उपयोग करके प्रत्येक प्रकरण में लगभग 10° के लघु आयाम से आरंभ करके लोलक का आवर्त काल ज्ञात कीजिए।

क्या लोलक का आवर्त काल गोलक के पदार्थ पर निर्भर करता है? यदि हाँ, तो यह देखिए कि यह परिवर्तन किस क्रम में होता है। यदि नहीं, तो क्या आप समय मापन की युक्ति के रूप में लोलक के उपयोग का कोई अतिरिक्त कारण देखते हैं?]

4. सरल लोलक के आवर्त काल पर गोलक के द्रव्यमान के प्रभाव का अध्ययन करना।
[संकेत- समान प्रायोगिक व्यवस्था के साथ एक ही पदार्थ से बने परंतु विभिन्न आयाम अथवा समान आयाम परंतु विभिन्न द्रव्यमानों के कुछ गोलक लीजिए। प्रत्येक प्रकरण में लगभग 10° के लघु आयाम से आरम्भ करके लोलक की लंबाई समान रखते हुए। विभिन्न द्रव्यमानों के गोलक लेकर लोलक का आवर्त काल ज्ञात कीजिए।

क्या आवर्त काल लोलक के गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर करता है? यदि हाँ, तो वह क्रम देखिए जिसमें यह परिवर्तन होता है। यदि ऐसा नहीं है तो क्या आप समय मापन की युक्ति के रूप में लोलक के उपयोग का कोई अतिरिक्त कारण देखते हैं?]

5. लोलक के आवर्त काल पर दोलन के आयाम के प्रभाव का अध्ययन करना।
[संकेत- समान प्रायोगिक व्यवस्था के साथ गोलक का द्रव्यमान एवं लोलक की लंबाई स्थिर रखिए। कोणीय आयाम मापने के लिए कार्डबोर्ड पर एक बड़ा चांदा बना लीजिए तथा चाप पर 0° से 90° तक 5° की इकाइयों में इस चाँदे पर स्केल अंकित कीजिए। दो ड्राइंग पिनों द्वारा इस स्केल को मेज के किनारे से इस प्रकार जड़ दीजिए कि स्केल की 0° रेखा विराम की स्थिति में लोलक के धागे के संपाती हो। लोलक को बहुत अधिक कोणीय आयाम (जैसे 70°) से दोलन करना आरंभ कीजिए और इसका आवर्त काल T ज्ञात कीजिए। 5° अथवा 10° के चरणों में दोलन के आयाम को परिवर्तित करते हुए हर बार आवर्त काल ज्ञात कीजिए तथा ऐसा कोणीय आयाम के लघु मान जैसे 5° तक के लिए कीजिए। कोणीय आयाम तथा T के बीच ग्राफ़ आलेखित कीजिए। दोलन के आयाम में परिवर्तन के साथ लोलक के आवर्तकाल में किस प्रकार परिवर्तन होता है?

आपने जो ग्राफ़ आलेखित किया है उसके अनुसार 10° आयाम के आवर्तकाल तथा 50° आयाम के आवर्तकाल के बीच कितना अंतर है?

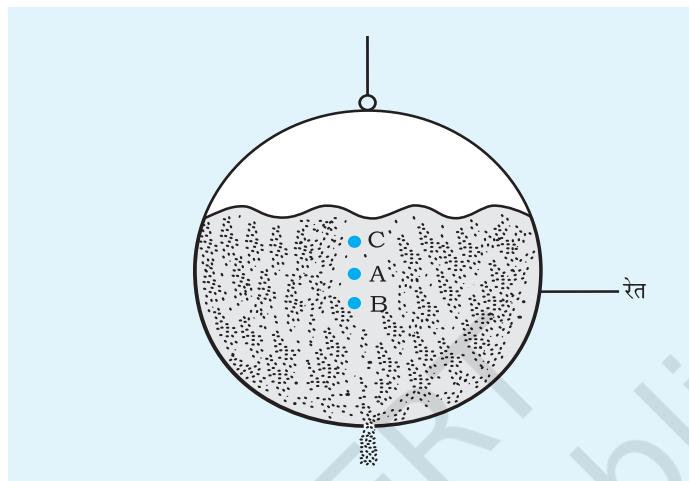
यह ज्ञात कीजिए कि दोलन के कितने आयाम पर आवर्त काल में परिवर्तन आरंभ हो जाता है। वह सीमा निर्धारित कीजिए जिस पर कोई लोलक सरल लोलक नहीं रहता।]

6. गोलक के द्रव्यमान में परिवर्तन का लोलक के आवर्त काल पर प्रभाव का अध्ययन करना, उदाहरण के लिए खोखले गोलक रेत भरकर उसे चरणों में गोलक से बाहर निकाल दिया जाता है।
[संकेत- इस प्रयोग में T में परिवर्तन इतना कम होता है कि निम्नलिखित कारणों से इसे मापना संभव नहीं होता।

रेत से भरे खोखले गोले का गुरुत्व केंद्र (CG) गोले के केंद्र पर होता है। सरल लोलक की लंबाई ठोस गोले (समान आयाम) वाले सरल लोलक अथवा रेत से पूर्णतः भरे खोखले गोले (ठोस गोले) के बराबर ही होगी।

गोले से कुछ रेत बाहर निकालिए। यह स्थिति चित्र E 6.5 में दिखायी गई स्थिति जैसी है। अब गोलक का गुरुत्व केंद्र मान लीजिए A बिंदु पर चला जाता है जिसके कारण लोलक की प्रभावी लंबाई में वृद्धि हो जाती है और आवर्त काल का मान बढ़कर T_A ($T_A > T$) हो जाता है। अब यदि और रेत निकाल लिया जाए तो गुरुत्व केंद्र और नीचे किसी बिंदु B पर चला जाएगा जिसके प्रभावी लंबाई में वृद्धि होगी तथा T का मान भी अधिक हो जाएगा।

यह प्रक्रिया चलती रहेगी तथा L व T में एक ही दिशा में परिवर्तन (वृद्धि) होते रहेंगे जब तक कि अंततः गोलक से सारा रेत बाहर नहीं निकल जाता। सारा रेत बाहर निकलने पर गोला खाली हो जाएगा तथा इसका गुरुत्व केंद्र पुनः केंद्र C पर स्थानांतरित हो जाएगा तथा आवर्तकाल पुनः T_0 हो जायेगा।]



चित्र E 6.5 रेत का चरणों में बाहर निकलने पर रेत भरे खोखले गोले के गुरुत्व केंद्र में परिवर्तन।

प्रयोग 7

उद्देश्य

चरम घर्षण बल एवं अभिलंब प्रतिक्रिया के बीच संबंध का अध्ययन करना तथा गुटके एवं क्षैतिज पृष्ठ के बीच घर्षण गुणांक ज्ञात करना।

उपकरण तथा सामग्री

हुक सहित लकड़ी का गुटका, क्षैतिज तल जिसकी ऊपरी सतह पर कांच अथवा पटलित शीट लगी हो (मेज के ऊपरी तल को क्षैतिज तल की भाँति उपयोग किया जा सकता है), घर्षण रहित घिरनी जिसे क्षैतिज मेज/तल के किनारे से जड़ा जा सके, स्प्रिट लेवल, तुला का पलड़ा, धागा या डोरी, कमानीदार तुला, बाट पेटी, तथा पाँच बाट (प्रत्येक 100 g का)।

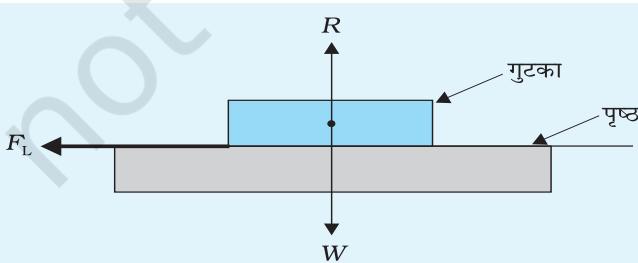
पद तथा परिभाषाएँ

घर्षण – संपर्क के दो पृष्ठों के बीच सापेक्ष गति का प्रतिरोध करने की प्रवृत्ति को घर्षण कहते हैं।

स्थैतिक घर्षण – विराम अवस्था में रखे एसे दो ठोस पृष्ठों के बीच कार्यरत घर्षण बल जो एक दूसरे के सापेक्ष गति करने की प्रवृत्ति रखते हैं।

चरम घर्षण – यह स्थैतिक घर्षण बल का वह अधिकतम मान है जो उस समय लगता है जब कोई वस्तु किसी अन्य वस्तु के सापेक्ष गति आरंभ करने की चरम सीमा पर हो।

गतिज घर्षण – यह ठोस पृष्ठों के बीच लगने वाला वह घर्षण बल है जो सापेक्ष गति करते समय कार्य करता है।



सिद्धांत

शुष्क, स्वच्छ एवं बिना स्नेहक लगे दो ठोस पृष्ठों के बीच कार्यरत अधिकतम स्थैतिक घर्षण बल अर्थात् चरम घर्षण, F_L , अग्रलिखित आनुभविक नियमों का पालन करता है-

चित्र E 7.1 स्थैतिक घर्षण के कारण वस्तु विराम में

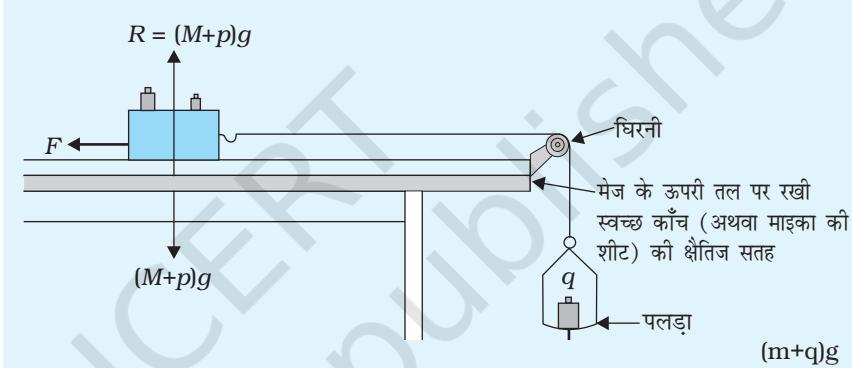
- (i) चरम घर्षण, F_L , अभिलंब प्रतिक्रिया, R , के अनुकमानुपाती होता है जहाँ बल R दी गई वस्तु के कुल भार W के बराबर होता है (चित्र E 7.1)। क्षैतिज पृष्ठों के लिए W तथा R दोनों की क्रिया रेखा समान होती है। $F_L \propto R \Rightarrow F_L = \mu_L R$ अर्थात्

$$\text{अर्थात् } \mu_L = \frac{F_L}{R}$$

इस प्रकार चरम घर्षण के परिमाण, F_L , तथा अभिलंब प्रतिक्रिया के परिमाण R का अनुपात एक स्थिरांक है जो संपर्क तलों के लिए चरम घर्षण गुणांक (μ_L) कहलाता है।

- (ii) चरम घर्षण संपर्क में रखे दो पृष्ठों की प्रकृति पर निर्भर करता है तथा जब तक अभिलंब प्रतिक्रिया नियत है, तो काफी बड़े परिसर में, यह संपर्क तल के क्षेत्रफल पर लगभग निर्भर नहीं करता।

ध्यान दें कि $F_L = \mu_L R$
मूलबिंदु से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण है। इस प्रकार F_L (Y-अक्ष के अनुदिश) तथा R (X-अक्ष के अनुदिश) के बीच सरल रेखीय ग्राफ की प्रवणता से चरम घर्षण गुणांक μ_L का मान प्राप्त होगा।



चित्र E 7.2 चरम घर्षण के अध्ययन के लिए प्रायोगिक व्यवस्था

प्रस्तावित प्रयोग में लकड़ी के किसी गुटके के लिए चरम घर्षण तथा अभिलंब प्रतिक्रिया के बीच संबंध का अध्ययन किया जाता है। लकड़ी के गुटके को किसी क्षैतिज पृष्ठ जैसे काँच या माइक्रो पर सरकाया जाता है (देखिए चित्र E 7.2)।

कार्यविधि

1. कमानीदार तुला का परिसर तथा अल्पमाँक ज्ञात कीजिए।
2. कमानीदार तुला द्वारा दिए गए लकड़ी के गुटके का हुक सहित भार (M) तथा पलड़े का भार (m) ज्ञात कीजिए।
3. काँच (अथवा माइक्रो) की शीट को मेज पर रखिए तथा स्पिरिट लेविल द्वारा इसे क्षैतिज बनाइए। इसके लिए आप स्पिरिट लेविल का उपयोग करते हुए शीट का जो सिरा नीचे हो वहाँ शीट तथा मेज के पृष्ठ के बीच कागज अथवा कार्ड बोर्ड की कुछ तहों को घुसाइए और जाँच करते रहिए कि ऊपरी पृष्ठ क्षैतिज हुआ अथवा नहीं। यह ध्यान रखिए कि ऊपरी पृष्ठ शुष्क एवं स्वच्छ होना चाहिए।
4. चित्र E 7.2 में दिखाए अनुसार मेज के ऊपरी किनारे पर एक घर्षण रहित घिरनी जड़िए। यदि आवश्यक हो तो घिरनी का स्नेहन कीजिए।

5. उपयुक्त लंबाई का धागा (मेज के ऊपरी तल के आमाप तथा मेज की ऊँचाई के अनुसार) लेकर इसका एक सिरा पलड़े से तथा दूसरा सिरा गुटके के हुक से बांधिए।
6. लकड़ी के गुटके को क्षैतिज तल पर रखिए तथा धागे को घरनी से गुजारिए (चित्र E 7.2)। यह सुनिश्चित कीजिए कि लकड़ी के गुटके तथा घरनी के बीच के धागे का भाग क्षैतिज होना चाहिए। ऐसा घरनी की ऊँचाई को गुटके के हुक के लेवल में समायोजित करके किया जा सकता है।
7. पलड़े पर कोई द्रव्यमान (q) रखिए। अंगुली से मेज के ऊपरी पृष्ठ को हल्के-से थपथपाइए। जाँच कीजिए कि ऐसा करने पर गुटका सरकना आरंभ करता है अथवा नहीं।
8. पलड़े पर द्रव्यमान (q) को बढ़ाते रहिए और मेज को थपथपाकर देखते रहिए और ऐसा लकड़ी के गुटके के मेज को थपथपाने पर सरकना आरंभ करने तक करते रहिए। जिस द्रव्यमान को पलड़े पर रखने से तथा मेज को थपथपाने पर गुटका गति करना आरंभ करे उस द्रव्यमान का मान सारणी E 7.1 में नोट कीजिए।
9. अब गुटके पर कोई ज्ञात द्रव्यमान (p) रखिए तथा पलड़े पर रखे द्रव्यमान (q) को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि गुटका अपने ऊपर रखे द्रव्यमान सहित क्षैतिज तल को धीरे-से थपथपाने पर सरकना आरंभ कर दे। सारणी E 7.1 में p तथा q के मानों को नोट कीजिए।
10. p के तीन अथवा चार मानों के लिए चरण 9 को दोहराइए तथा q के तदनुरूपी मानों को सारणी 7.1 में नोट कीजिए। F_L तथा R के बीच ग्राफ आलेखित करने के लिए पाँच प्रेक्षण चाहिए।

प्रेक्षण

- | | |
|---|------------------------|
| 1. कमानीदार तुला का परिसर | = ... से ... g |
| 2. कमानीदार तुला का अल्पतमांक | = ... g |
| 3. पलड़े के गुटके का द्रव्यमान (m) | = ... g |
| 4. लकड़ी के गुटके का द्रव्यमान (M) | = ... g |
| 5. प्रयोग के स्थान पर गुरुत्वीय त्वरण (g) | = ... m/s ² |

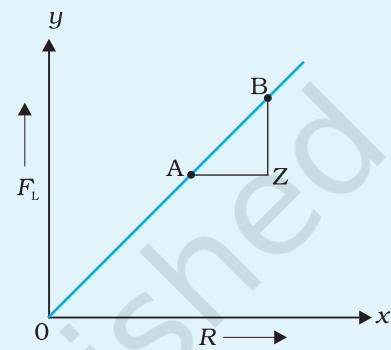
सारणी E 7.1 - अभिलंब प्रतिक्रिया में परिवर्तन के साथ चरम घर्षण में परिवर्तन

क्रम संख्या	लकड़ी के गुटके का द्रव्यमान (p) (g)	अभिलंबवत बल $R = (M+p)g$	पलड़े का द्रव्यमान (q) g	चरम घर्षण बल F_L	घर्षण गुणांक $\mu_L = \frac{F_L}{R}$	माध्य μ_L
	(g)	(kg)	N	(g)	(kg)	(N)
1						
2						
3						
4						
5						

ग्राफ़

लकड़ी के गुटके तथा क्षैतिज पृष्ठ के प्रकरण में चरम घर्षण (F_L) तथा अभिलंब प्रतिक्रिया (R) के बीच F_L को Y -अक्ष के अनुदिश तथा R को X -अक्ष के अनुदिश लेकर ग्राफ़ आलेखित कीजिए। ग्राफ़ पेपर पर अंकित सभी बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा खींचिए (चित्र E 7.3)। हो सकता है कि कुछ बिंदु इस सरल रेखा पर न होकर, कुछ रेखा के एक ओर तथा कुछ दूसरी ओर हों। इस सरल रेखा को पीछे की ओर बढ़ाइए और जाँच कीजिए कि प्रेक्षित ग्राफ़ मूल बिंदु से गुजरता है अथवा नहीं। सरल रेखीय ग्राफ़ की प्रवणता लकड़ी के गुटके तथा क्षैतिज पृष्ठ के बीच चरम घर्षण गुणांक (μ_L) का मान प्रदान करती है। सरल रेखा की प्रवणता ज्ञात करने के लिए चित्र E 7.3 में दिखाए अनुसार सरल रेखा पर एक दूसरे से काफ़ी दूरी पर दो बिंदुओं A तथा B का चयन कीजिए। बिंदु A से होकर X-अक्ष के समांतर एक रेखा तथा बिंदु B से होकर Y-अक्ष के समांतर दूसरी रेखा खींचिए। मान लीजिए इन दोनों रेखाओं का परिच्छेदन बिंदु Z है तब सरल रेखीय ग्राफ़ AB की प्रवणता μ_L इस प्रकार व्यक्त की जा सकती है:

$$\mu_L = \frac{F_L}{R} = \frac{BZ}{AZ}$$



चित्र E 7.3 चरम घर्षण तथा अभिलंब प्रतिक्रिया के बीच ग्राफ़

परिणाम

मेज़ के काँच/माइक्रो के ऊपरी पृष्ठ तथा लकड़ी के गुटके के पृष्ठ के बीच चरम घर्षण गुणांक का मान

- (i) परिकलन द्वारा (सारिणी E 7.1) = ...
- (ii) ग्राफ़ द्वारा = ...

सावधानियाँ

- मेज़ का पृष्ठ क्षैतिज तथा धूल से मुक्त होना चाहिए।
- लकड़ी के गुटके तथा घिरनी को संयोजित करने वाला धागा क्षैतिज होना चाहिए।
- उचित प्रकार से तेल लगाकर (स्नेहन द्वारा) घिरनी का घर्षण कम करना चाहिए।
- मेज़ के ऊपरी पृष्ठ को हर बार धीरे-धीरे थपथपाना चाहिए।

त्रुटियों के स्रोत

- द्रव्यमान को सदैव लकड़ी के गुटके के बीच रखना चाहिए।
- पृष्ठ धूल से मुक्त तथा शुष्क होने चाहिए।
- धागा बिना कता हुआ एवं अतानित होना चाहिए।

परिचर्चा

- घर्षण की परिघटना संपर्क-पृष्ठों के खुदरेपन पर निर्भर करती है। यदि संपर्क में आने वाले पृष्ठ पूर्णतः चिकने हों तो दोनों पृष्ठों के बीच कोई घर्षण नहीं होगा। तथापि ठोस पृष्ठों में परमाणुओं एवं अणुओं के वितरण के कारण वस्तुजात अनियमितता (रुक्षता/खुरदरापन) होती है और कोई भी पृष्ठ पूर्णतः चिकना नहीं हो सकता।
- इस प्रायोगिक व्यवस्था में तथा परिकलनों में हमने घिरनी के घर्षण की उपेक्षा कर दी है अतः घिरनी यथासंभव घर्षणरहित होनी चाहिए।
- लकड़ी के गुटके तथा क्षैतिज समतल पृष्ठ के बीच धूल के कणों की उपस्थिति के कारण प्रेक्षणों में त्रुटि हो सकती है। इस प्रकार के प्रकरण में धागे में तनाव के कारण लकड़ी का गुटका सर्पण करेगा लेकिन साथ में ये धूल के कण भी लोटनिक गति करेंगे। अतः, लकड़ी के गुटके तथा क्षैतिज तल के पृष्ठ स्वच्छ होने चाहिए।
- लकड़ी के गुटके तथा क्षैतिज तल के बीच जल अथवा नमी की उपस्थिति पृष्ठों की प्रकृति को परिवर्तित कर सकती है। अतः गतिशील वस्तु तथा क्षैतिज तल के बीच संबंध का अध्ययन करते समय इनके पृष्ठ शुष्क होने चाहिए।
- धागे की प्रत्यास्थता प्रेक्षण में त्रुटि उत्पन्न कर सकती है। अतः गतिशील गुटके को पलड़े से संयोजित करने वाला धागा पतला, हल्का, पक्का, बिना कता सूती धागा होना चाहिए।
- घिरनी तथा लकड़ी के गुटके के बीच का धागा क्षैतिज होना चाहिए अन्यथा लकड़ी के गुटके को गति प्रदान करने के लिए बल के रूप में धागे में तनाव का केवल एक घटक ही प्रभावी होगा।
- लकड़ी के गुटके के साइज़ तथा द्रव्यमानों के समुच्चय का न्यायसंगत चयन भी इस प्रयोग के लिए अत्यंत महत्वपूर्ण है। यदि गुटका बहुत हल्का हो तो हो सकता है कि चरम घर्षण बल खाली पलड़े के भार से भी कम हो और मात्र गुटके के लिए प्रेक्षण न लिया जा सके। इसी प्रकार, द्रव्यमानों के समुच्चय के सभी द्रव्यमानों को गुटके पर रखने के पश्चात गुटके का अधिकतम द्रव्यमान इतना अधिक भी नहीं होना चाहिए कि पलड़े तथा उस पर रखे द्रव्यमानों का कुल भार इतना बल आरोपित न कर सके जो दिए गए गति क्षैतिज पृष्ठ पर गुटके में गति आरंभ करने के लिए चाहिए।
- अतिरिक्त द्रव्यमानों (p) को सदैव लकड़ी के गुटके के मध्य में रखना चाहिए।
- मापन में अनुमत त्रुटि = $\frac{\Delta F_L}{F_L} + \frac{\Delta R}{R} = \dots$

स्व-मूल्यांकन

- अपने प्रेक्षणों के आधार पर चरम घर्षण एवं सर्पण करने वाली वस्तु के द्रव्यमान के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

2. हम दो पृष्ठों के बीच चरम घर्षण का अध्ययन करने के लिए किसी गोल वस्तु का चयन क्यों नहीं करते?
3. क्षैतिज पृष्ठ स्वच्छ एवं शुष्क क्यों होने चाहिए?
4. गतिमान वस्तु तथा घिरनी के बीच का धागा क्षैतिज क्यों होना चाहिए?
5. इस परिघटना का अध्ययन करने के लिए पृष्ठ का क्षैतिज होना क्यों आवश्यक है?
6. इस कथन पर टिप्पणी कीजिए, “दो पृष्ठों के बीच घर्षण कदापि शून्य नहीं हो सकता”।
7. इस प्रयोग में प्रायः बिना पालिश किए गए पृष्ठों को अधिक पसंद किया जाता है, क्यों?
8. घर्षण बल की प्रकृति स्व-समायोजित होने की है, इससे क्या तात्पर्य है?
9. चरम घर्षण बल एवं अभिलंब प्रतिक्रिया के बीच संबंध का अध्ययन करने की एक प्रायोगिक व्यवस्था में कोई वस्तु 3 N बल लगाए जाने पर गति करना आरंभ करती है। उस वस्तु पर 0.5 N , 1.0N , 2.5N , 3.5N बल अनुप्रयोग करने पर क्रमशः क्रियाशील घर्षण बल का परिमाण क्या होगा?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. सर्पी पृष्ठ की प्रकृति के प्रभाव का अध्ययन करना।
[संकेत- इसी प्रयोग को विभिन्न क्षैतिज पृष्ठों जैसे प्लाईबुड, गलीचा आदि के साथ दोहराइए। इससे पृष्ठ की प्रकृति के प्रभाव का निष्कर्ष प्राप्त होगा अथवा इस प्रयोग को पृष्ठ पर तेल अथवा पाउडर लगाकर दोहराइए।]
2. संपर्क तल के क्षेत्रफल में परिवर्तन का चरम घर्षण पर प्रभाव का अध्ययन करना।
[संकेत- लकड़ी के गुटके को ऊर्ध्वाधर रखकर प्रयोग को दोहराइए। परिचर्चा कीजिए कि क्या प्रयोग के पाठ्यांक तथा परिणाम समान हैं अथवा भिन्न हैं।]
3. गुटके को आनत समतल पर सर्पण कराकर चरम घर्षण गुणांक ज्ञात करना।