

प्रयोग 11

उद्देश्य

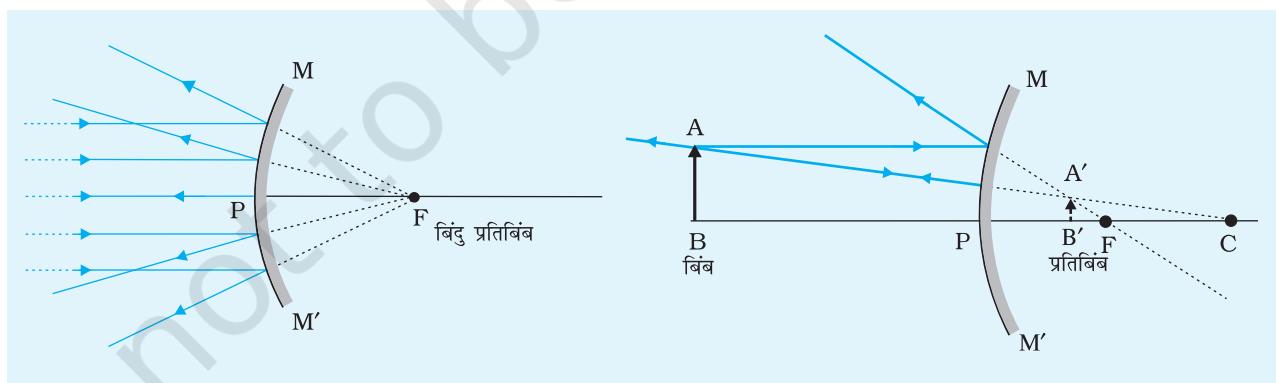
उत्तल लेंस की सहायता से उत्तल दर्पण की फ़ोकस दूरी ज्ञात करना।

उपकरण एवं आवश्यक सामग्री

लेंस, दर्पण और दो सूइयों को टिकाने के लिए अपराइट सहित सूई प्रकाशीय बेंच (पिन)-दो, पतला उत्तल लेंस, उत्तल दर्पण, सूचकांक सूई (बुनने की सलाह अथवा दोनों सिरों पर नुकीली पेंसिल), मीटर स्केल तथा स्पिरिट लेविल।

सिद्धांत

चित्र E 11.1 में किसी उत्तल दर्पण MM' (जिसका द्वारक छोटा है) द्वारा किसी बिंब AB के दो भिन्न स्थितियों में बनने वाले प्रतिबिंबों को दर्शाया गया है। उत्तल दर्पण द्वारा बने प्रतिबिंब आभासी तथा सीधे हैं। अतः, इसकी फ़ोकस दूरी सीधे ही ज्ञात नहीं की जा सकती। तथापि, बिंब तथा उत्तल दर्पण के बीच एक उत्तल लेंस रखकर इसे ज्ञात किया जा सकता है [चित्र E 11.2]।

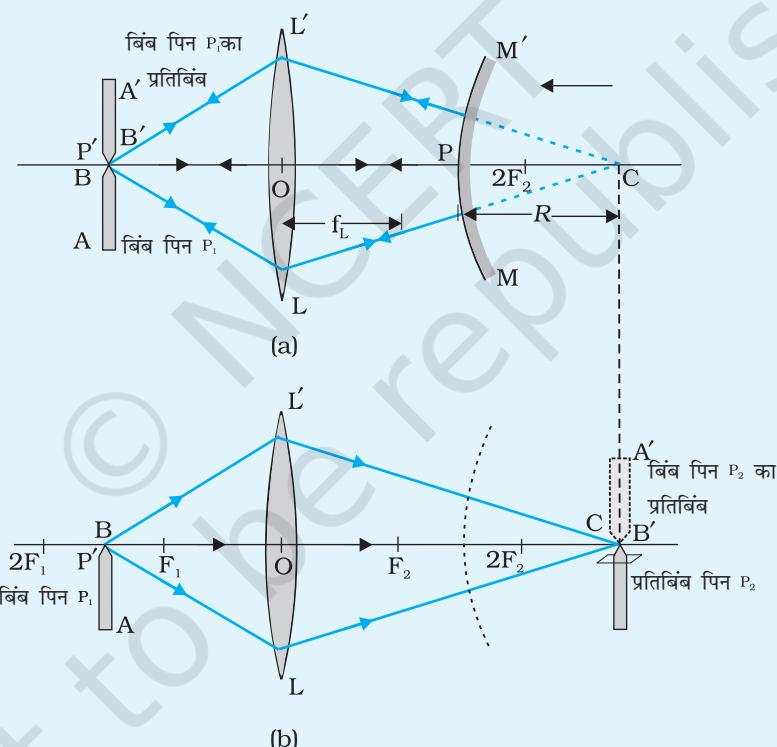


चित्र E 11.1(a) बिंब अनंत पर स्थित है। उत्तल दर्पण के पीछे एक अत्यधिक छोटा बिंदु प्रतिबिंब प्राप्त होता है।

चित्र E 11.1(b) बिंब दर्पण के सामने स्थित है। दर्पण के पीछे ध्रुव तथा फ़ोकस के बीच इसका छोटा आभासी प्रतिबिंब बनता है।

कोई बिंब AB किसी पतले समोत्तल लेंस के सामने बिंदु P' पर इस प्रकार रखा जाता है कि उसका वास्तविक, उल्टा तथा आवर्धित प्रतिबिंब A'B' लेंस के दूसरी ओर स्थित C पर बनता है [चित्र E 11.2(b)]। अब उत्तल लेंस तथा बिंदु C के बीच एक उत्तल दर्पण रखकर इसे इस प्रकार समायोजित करते हैं कि वास्तविक तथा उल्टा प्रतिबिंब A'B' बिंदु P' पर स्थित बिंब AB के संपाती हो [चित्र 11.2(a)]। यह तभी संभव होता है जब बिंब की नोक से निकलने वाली प्रकाश किरणें लेंस से गुजरने के पश्चात् उत्तल दर्पण के परावर्ती पृष्ठ पर अभिलंबवत् पड़ें और परावर्तन के पश्चात् उसी मार्ग से वापस लौटें। गोलीय पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर अभिलंब उस गोले की त्रिज्या के अनुदिश होता है। अतः बिंदु C उत्तल दर्पण का वक्रता केंद्र होना चाहिए। इसीलिए दूरी PC उत्तल लेंस की वक्रता त्रिज्या R है तथा इसकी आधी दूरी दर्पण की फोकस दूरी f है। अर्थात्

$$f = \frac{PC}{2} = \frac{R}{2}$$



चित्र E 11.2 (a) उत्तल दर्पण एवं उत्तल लेंस द्वारा बने प्रतिबिंब A'B' की स्थिति बिंब AB की स्थिति के संपाती है। (b) उत्तल लेंस द्वारा उल्टा तथा आवर्धित प्रतिबिंब बनना

कार्यविधि

- यदि दिये गये पतले उत्तल लेंस की फोकस दूरी ज्ञात नहीं है तो पहले इसकी सन्निकट (रफ़) फोकस दूरी का आकलन कीजिए।

2. प्रकाशीय बैंच को दृढ़ मेज अथवा प्लेटफॉर्म पर रखिए। बैंच के आधार पर लगे समतलकारी पेंचों तथा स्पिरिट लेवल की सहायता से इसे क्षैतिज कीजिए।
3. पिन P_1 (बिंब पिन), उत्तल लेंस LL' तथा उत्तल दर्पण MM' से आरोपित अपराइटों को क्षैतिज प्रकाशीय बैंच पर रखिए [चित्र E 11.2(a)]।
4. यह जाँच कीजिए कि लेंस, दर्पण तथा पिन P_1 प्रकाशीय बैंच पर ऊर्ध्वाधर स्थित हैं अथवा नहीं। यह भी सुनिश्चित कर लीजिए कि पिन की नोक, उत्तल लेंस LL' का प्रकाशिक केंद्र O तथा उत्तल दर्पण MM' का ध्रुव P' प्रकाशीय बैंच के समांतर तथा एक ही क्षैतिज सरल रेखा पर हों।
5. सूचकांक सूई की सहायता से क्रमशः उत्तल दर्पण तथा प्रतिबिंब पिन वाले अपराइटों के बीच सूचकांक संशोधन निर्धारित कीजिए।
6. बिंब पिन P_1 को उत्तल लेंस LL' से इसकी फ़ोकस दूरी से कुछ अधिक दूरी पर रखिए।
7. उत्तल दर्पण MM' की स्थिति इस प्रकार समायोजित कीजिए कि दर्पण से वापस परावर्तित प्रकाश किरणें लेंस से गुजरने के पश्चात्, चित्र [चित्र E 11.2(a)] में दर्शाए बिंब पिन P_1 के संपाती वास्तविक तथा उल्टा प्रतिबिंब बनाएँ। यह तब होता है जब बिंब पिन P_1 से आरंभ होने वाली प्रकाश किरणें, लेंस से गुजरने के पश्चात् उत्तल दर्पण से अभिलंबवत टकराती हैं तथा परावर्तन के पश्चात् अपने मूल पथ के अनुदिश वापस लौट आती हैं। बिंब पिन P_1 तथा प्रतिबिंब पिन के बीच पैरेलैक्स दूर कीजिए।
8. बिंब पिन P_1 , उत्तल लेंस LL' , तथा उत्तल दर्पण MM' को धारण करने वाले अपराइटों की स्थितियों के पाठ्यांक लेकर अपने प्रेक्षणों को प्रेक्षण तालिका में लिखिए।
9. अपराइट से उत्तल दर्पण को निकाल कर उसके स्थान पर पिन P_2 लगाइए। पिन की ऊँचाई को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि इसकी नोंक भी लेंस के मुख्य अक्ष पर स्थित हो। अर्थात् P_1 तथा P_2 पिनों की नोंक तथा उत्तल लेंस का प्रकाशिक केंद्र, ये सभी प्रकाशीय बैंच की लंबाई के समांतर सीधी क्षैतिज रेखा पर स्थित हों।
10. पिन P_1 से अलग पहचानने के लिए प्रतिबिंब पिन P_2 पर एक छोटा कागज का टुकड़ा लगा सकते हैं।
11. लेंस LL' तथा बिंब पिन P_1 की स्थितियों में कोई परिवर्तन किये बिना तथा पैरेलैक्स विधि का उपयोग करके लेंस के दूसरी ओर स्थित प्रतिबिंब पिन P_2 की स्थिति इस प्रकार समायोजित कीजिए कि पिन P_2 उत्तल लेंस द्वारा बने बिंब पिन P_1 के वास्तविक तथा उल्टे प्रतिबिंब के संपाती हो जाये [चित्र E 11.2(b)]। प्रतिबिंब पिन की स्थिति नोट कीजिए।
12. पिन P_1 तथा लेंस LL' एवं दर्पण MM' के बीच की दूरी को परिवर्तित करके प्रयोग को दोहराइए। इसी प्रकार से प्रेक्षणों के पाँच समुच्चय लीजिए।

प्रेक्षण

1. उत्तल लेंस की फोकस दूरी, f (आकलित / प्रदत्त) = ...cm
2. सूचकांक सूई की वास्तविक लंबाई, l = ...cm
3. सूचकांक सूई की प्रेक्षित लंबाई, l'
= पैमाने पर दर्पण के अपराइट की स्थिति - पैमाने पर पिन के अपराइट की स्थिति = ...cm
4. सूचकांक संशोधन, e = वास्तविक लंबाई - प्रेक्षित लंबाई ($l - l'$) = ...cm

तालिका E 11.1: उत्तल दर्पण की वक्रता त्रिज्या R का निर्धारण

क्रम संख्या	अपराइटों की स्थितियां				प्रेक्षित $R' = c - d$ (cm)	संशोधित R प्रेक्षित $R' + e$ (cm)	फोकस लंबाई f (cm)	Δf (cm)
	बिंब पिन P_1 a (सेमी)	उत्तल लेंस LL' b (सेमी)	उत्तल दर्पण MM' c (सेमी)	प्रतिबिंब पिन P_2 d (सेमी)				
1								
2								
--								
5								
औसत								

परिकलन

उत्तल दर्पण की वक्रता त्रिज्या R का औसत मान परिकलित कीजिए तथा निम्नलिखित संबंध का उपयोग करके दर्पण की फोकस दूरी f ज्ञात कीजिए।

$$f = \frac{R}{2} = \dots \text{cm}$$

नुटि

$$f = \frac{R + l}{2} = \frac{(c - d) + (l - l')}{2}$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l'}{l'}$$

जहाँ Δc , Δd , Δl तथा $\Delta l'$ मापन उपकरणों के अल्पतमांक हैं। Δf के पाँच मानों के अधिकतम मान को परिणाम के साथ प्रयोगिक त्रुटि के रूप में प्रस्तुत करना है।

परिणाम

दिये गये उत्तल दर्पण की फोकस दूरी है, $(f \pm \Delta f) = ... \pm ... \text{cm}$. यहाँ f फोकस दूरी का औसत मान है।

सावधानियाँ

1. पिन, दर्पण तथा लेंस के धारण करने वाले अपराइट दूढ़ तथा ऊर्ध्वाधरतः आरोपित होने चाहिए।
2. दर्पण तथा लेंस के द्वारक छोटे होने चाहिए अन्यथा बनने वाला प्रतिबिंब विकृत होगा।
3. आँखों को प्रतिबिंब पिन से लगभग 25cm अथवा अधिक दूरी पर रखना चाहिए।
4. प्रकाशीय बैंच क्षैतिज होनी चाहिए। पिन की नोक, लेंस का प्रकाशिक केंद्र और दर्पण का ध्रुव एक ही क्षैतिज तल में (रेखा पर) होने चाहिए।

त्रुटियों के स्रोत

1. बिंब पिन के उल्टे प्रतिबिंब की नोक, प्रतिबिंब पिन की नोक को ठीक-ठीक स्पर्श ही करनी चाहिए तथा उसे ढकना नहीं चाहिए। पैरेलैक्स दूर करते समय इसे सुनिश्चित कर लेना चाहिए।
2. व्यक्तिगत दृष्टि दोष पैरेलैक्स दूर करने की प्रक्रिया थकाऊ बना सकती है।
3. सामने के पृष्ठ पर पालिश किये हुए दर्पण को वरीयता देनी चाहिए। अन्यथा बहुल परावर्तन हो सकता है।

परिचर्चा

हो सकता है कि सभी उत्तल लेंसों से यह प्रयोग करना संभव नहीं हो। इस प्रयोग के लिए उपयोग किये जाने वाले उत्तल लेंस की फोकस दूरी न तो बहुत कम होनी चाहिए और न ही बहुत अधिक। क्यों?

स्व-मूल्यांकन

- यदि उत्तल दर्पण की फ़ोकस दूरी विभिन्न फ़ोकस दूरियों के उत्तल लेंसों को लेकर किया जाए, तो क्या आप परिणाम में कुछ अंतर पायेंगे? यदि हाँ, तो किस प्रकार का परिवर्तन? यदि नहीं, तो क्यों नहीं?
- यदि विभिन्न अपवर्तनांकों के उत्तल लेंस प्रयोग में लाये जाएँ तो परिणाम में किस प्रकार परिवर्तन होगा?
- यदि प्रयोग के लिए चयन किये गये उत्तल लेंस की फ़ोकस दूरी उत्तल दर्पण की फ़ोकस दूरी से कम है, तो यह चयन प्रयोग को किस प्रकार सीमित करेगा?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग / कार्यकलाप

- इस प्रयोग को विभिन्न फ़ोकस दूरियों के उत्तल लेंस का उपयोग करके दोहराइए। परिणामों की तुलना तथा विश्लेषण कीजिए।
- समान उत्तल लेंस की सहायता से विभिन्न फ़ोकस दूरियों के उत्तल दर्पणों का उपयोग करके इस प्रयोग को दोहराइए। परिणामों की चर्चा कीजिए।

प्रयोग 12

उद्देश्य

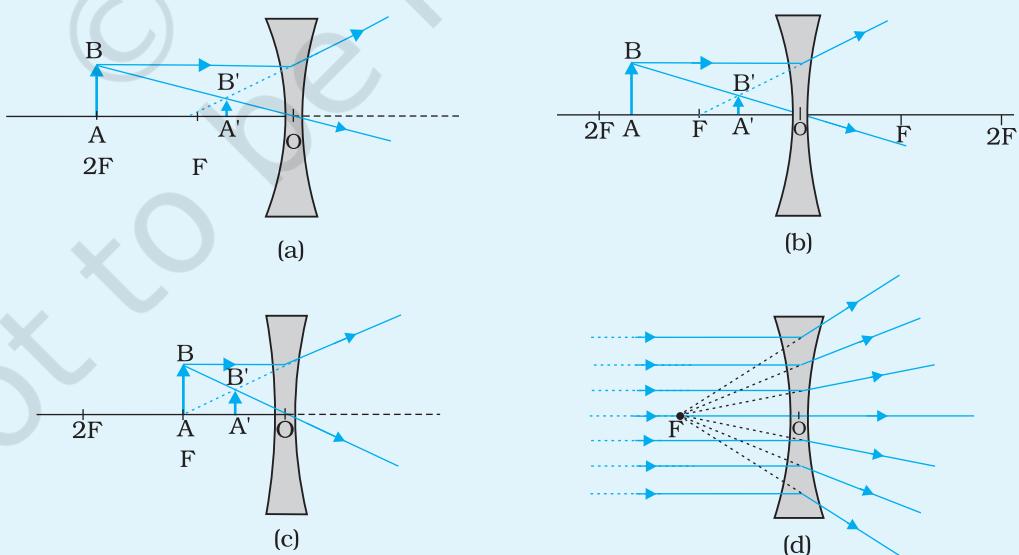
किसी अवतल लेंस की फ़ोकस दूरी उत्तल लेंस की सहायता से ज्ञात करना।

उपकरण एवं आवश्यक सामग्री

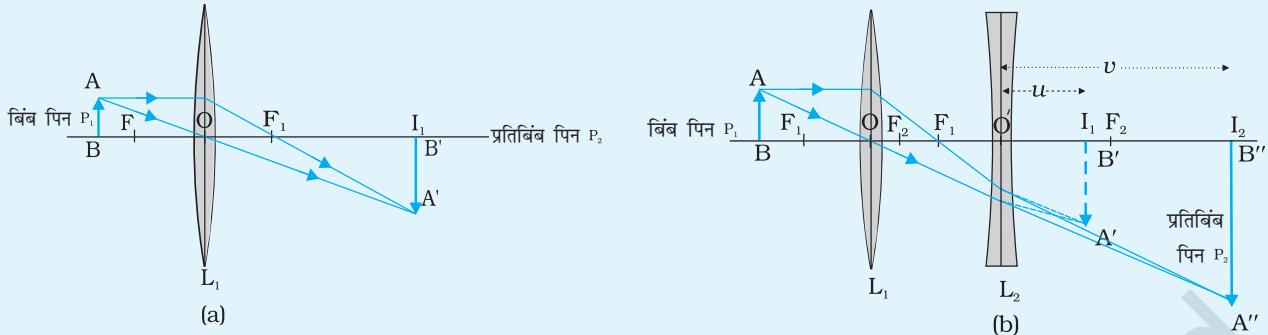
दो लेंसों और दो सूईयों के धारण के लिए अपराइट सहित प्रकाशीय बेंच, पतला अवतल लेंस, अवतल लेंस से कम फ़ोकस दूरी ($\sim 15\text{cm}$) का उत्तल लेंस, सूचकांक सूई (बुनने की सलाई ली जा सकती है), मोटर स्केल, स्पिरिट लेविल।

सिद्धांत

चित्र E 12.1 [(a), (b), (c), (d)] में छोटे द्वारक के अवतल लेंस द्वारा किसी बिंब AB के प्रतिबिंब $A'B'$ बनने की व्याख्या की गयी है। स्पष्ट है कि इन प्रकरणों में अवतल लेंस द्वारा



चित्र E 12.1 (a), (b), (c), (d) बिंब की विभिन्न स्थितियों के लिए अवतल लेंस द्वारा प्रतिबिंब बनना



चित्र E 12.2 (a) उत्तल लेंस तथा (b) उत्तल लेंस तथा अवतल लेंस के संयोजन द्वारा प्रतिबिंब बनना

बना प्रतिबिंब सदैव आभासी तथा सीधा होता है। अतः अवतल लेंस की फोकस दूरी सीधे ही ज्ञात नहीं की जा सकती। इसे परोक्ष रूप में बिंब तथा अवतल लेंस के बीच एक उत्तल लेंस रखकर चित्र E 12.2 में दर्शाए अनुसार वास्तविक प्रतिबिंब उत्पन्न करके ज्ञात किया जा सकता है।

उत्तल लेंस L_1 बिंब AB से अरंभ होने वाली प्रकाश किरणों को अभिसरित करके स्थिति I_1 पर पर बिंब का वास्तविक एवं उल्टा प्रतिबिंब $A'B'$ बनाता है [चित्र E 12.2(a)] यदि कोई अवतल (अपसारी) लेंस L_2 को उत्तल लेंस L_1 तथा बिंदु I_1 के बीच चित्र E 12.2(b) में दर्शाए अनुसार रख दें तो अवतल लेंस L_2 के लिए प्रतिबिंब $A'B'$ एक आभासी बिंब की भाँति व्यवहार करेगा। इस प्रकार अपसारी लेंस L_2 द्वारा I_1 पर एक वास्तविक तथा सीधा प्रतिबिंब $A''B''$ बनेगा। इस प्रकार अवतल लेंस L_2 के लिए दूरियाँ $O'I_1$, तथा $O'I_2$ क्रमशः दूरियाँ u तथा v होंगी। यहाँ ध्यान देने योग्य महत्वपूर्ण बात यह है कि उत्तल लेंस L_1 की फोकस दूरी अवतल लेंस की फोकस दूरी से कम होनी चाहिए। दूसरा प्रतिबिंब $A''B''$ तभी बनता है जब लेंस L_2 तथा पहले प्रतिबिंब $A'B'$ के बीच दूरी L_2 की फोकस दूरी से कम होता है।

अवतल लेंस L_2 की फोकस दूरी निम्नलिखित संबंध द्वारा परिकलित की जा सकती है।

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \text{ or } f = \frac{uv}{u-v}$$

यहाँ अवतल लेंस के लिए दोनों दूरियाँ u तथा v धनात्मक हैं तथा चूँकि u का मान v से कम है f सदैव ऋणात्मक होगा।

(E 12.1)

कार्यविधि

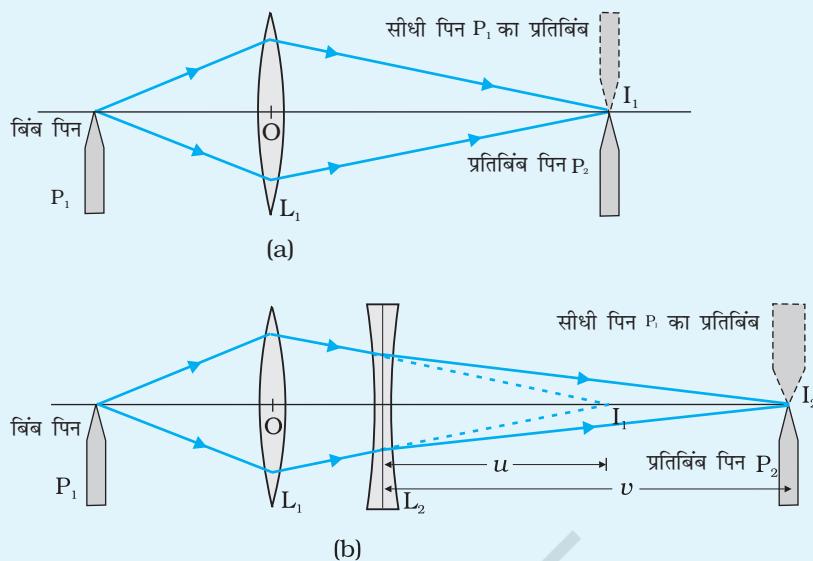
- यदि दिये गये पतले उत्तले लेंस की फोकस दूरी ज्ञात नहीं है, तो पहले इसकी सन्निकट

फोकस दूरी के मान (f_L) का आकलन कीजिए और यह सुनिश्चित कीजिए कि उत्तल लेंस की फोकस दूरी अवतल लेंस की फोकस दूरी से कम है।

2. प्रकाशीय बैंच को किसी दृढ़ प्लेटफॉर्म पर रखकर स्पिरिट लेवल का उपयोग करके इसके आधार पर लगे समतलकारी पेंचों की सहायता से इसे क्षैतिज बनाइए।
3. पिन P_1 (बिंब पिन), उत्तल लेंस L_1 तथा अन्य पिन P_2 (प्रतिबिंब पिन) को धारण करने वाले अपराइटों को प्रकाशीय बैंच पर आरोपित कीजिए। आप बिंब पिन P_1 के प्रतिबिंब से भेद करने के लिए पिन P_2 पर छोटा कागज का टुकड़ा लगा सकते हैं [चित्र E 12.2(a)]।
4. बिंब पिन P_1 की नोंक, उत्तल लेंस L_1 के प्रकाशिक केंद्र O, तथा प्रतिबिंब पिन P_2 की नोंक की प्रकाशीय बैंच सरेखता की जाँच एक क्षैतिज सीधी रेखा के अनुदिश कीजिए जो प्रकाशीय बैंच की लंबाई के समांतर है। इस स्थिति में लेंस तथा दोनों पिनों के तल लेंस के अक्ष के लंबवत होंगे।
5. सूचकांक संशोधन के लिए आरोपित पिन को अवतल लेंस L_2 के समीप लाइए। एक सूचकांक सूई (तीक्ष्ण नोंक की बुनने वाली सलाई भी यह कार्य करेगी) को क्षैतिज रूप से इस प्रकार समायोजित कीजिए कि इसका एक सिरा लेंस के वक्र पृष्ठ को स्पर्श करे तथा दूसरा सिरा पिन की नोंक को स्पर्श करे। प्रकाशीय बैंच पर लगे पैमाने पर दोनों अपराइटों की स्थितियों का पाठ्यांक नोट कीजिए। इन दोनों पाठ्यांकों का अंतर सूचकांक सूई की प्रेक्षित लंबाई प्रदान करेगा। पिन की नोंक तथा लेंस L_2 के प्रकाशिक केंद्र O' के बीच की वास्तविक लंबाई सूचकांक सूई की वास्तविक लंबाई (जैसा कि पैमाने पर मापा गया है) में प्रकाशिक केंद्र पर लेंस की मोटाई के आधे को जोड़ने पर प्राप्त होगी। इन दोनों लंबाइयों का अंतर सूचकांक संशोधन होता है।

(यदि अवतल लेंस बीच में पतला है तो लेंस के बीच की मोटाई की उपेक्षा कर सकते हैं।)

6. बिंब पिन P_1 को उत्तल लेंस से इतना पृथक कीजिए कि इन दोनों के बीच की दूरी लेंस की फोकस दूरी f_L से कुछ अधिक हो।
7. लेंस के दूसरी ओर प्रतिबिंब पिन P_2 तथा वस्तु पिन P_1 के प्रतिबिंब के बीच पैरेलैक्स दूर करके बिंदु I_1 पर इसके वास्तविक तथा उल्टे प्रतिबिंब की स्थिति का पता लगाइए (चित्र E 12.3(a))।
8. बिंब पिन P_1 , उत्तल लेंस L_1 तथा प्रतिबिंब पिन P_2 (अर्थात् बिंदु I_1) को धारण करने वाले अपराइटों की स्थितियों के पाठ्यांक लीजिए। इन प्रेक्षणों को प्रेक्षण तालिका E 12.1 में नोट कीजिए।
9. इसके पश्चात्, उत्तल लेंस L_1 की स्थिति तथा बिंब पिन P_1 की स्थिति में कोई परिवर्तन मत कीजिए। उत्तल लेंस L_1 तथा प्रतिबिंब पिन P_2 के बीच अवतल लेंस L_2 रखिए। अब बिंब पिन P_1 का प्रतिबिंब उत्तल लेंस L_1 से कुछ दूरी पर जैसे बिंदु I_2 , पर स्थानांतरित



चित्र E 12.3 उत्तल लेंस की सहायता से अवतल लेंस की फोकस दूरी ज्ञात करना

हो जाएगा। अब अवतल लेंस की स्थिति को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि बिंदु I_2 बिंदु I_1 से काफी दूर हो।

10. उस प्रकरण में जबकि उत्तल लेंस तथा अवतल लेंस के संयोजन से बना प्रतिबिंब स्पष्ट दिखायी नहीं दे, तो अवतल लेंस को बिंदु I_1 के पास ले जाते हुए देखने का प्रयास कीजिए यह निश्चित करने के लिए कि अवतल लेंस L_2 को किस ओर स्थानांतरित करना है, हाथ में एक पेंसिल को मार्गदर्शक के रूप में पकड़े हुए और प्रतिबिंब पिन P_2 को बिंदु I_1 पर एक मार्गदर्शक के रूप में रखते हुए प्रतिबिंब की स्थिति ज्ञात करने की कोशिश कीजिए। बिंदु I_2 पर स्पष्ट प्रतिबिंब देखने के पश्चात् तथा यह सुनिश्चित करने के पश्चात् कि यह प्रकाशीय बैंच के परिसर के भीतर स्थित है, प्रतिबिंब पिन P_2 को लंबन विधि द्वारा प्रतिबिंब (अर्थात् बिंदु I_2) की स्थिति का अधिक परिशुद्धता से पता लगाने के लिए सरकाइए [चित्र E 12.3(b)] चूँकि I_2 पर बना प्रतिबिंब काफी बड़ा है, अतः यह धुंधला भी हो सकता है।
11. अवतल लेंस तथा प्रतिबिंब पिन P_2 (अर्थात् बिंदु I_2) को धारण करने वाले अपराइटों की स्थितियों के पाठ्यांक नोट करके इन्हें प्रेक्षण तालिका में लिखिए।
12. बिंब पिन P_1 को धारण करने वाले अपराइट की स्थिति को परिवर्तित करके कार्यविधि के चरण 6 से 11 को दोहराइए। प्रेक्षणों के पांच समुच्चय लीजिए।

प्रेक्षण

1. उत्तल लेंस की फोकस दूरी, $f_L = \dots\text{cm}$
2. पैमाने पर मापी गयी सूचकांक सूई की लंबाई, $s = \dots\text{cm}$

3. प्रकाशिक केंद्र पर पतले अवतल लेंस (प्रदृष्ट) की मोटाई, $t = \dots \text{cm}$
4. लेंस के प्रकाशिक केंद्र O तथा पिन की नोक के बीच की वास्तविक लंबाई,
 $l = s + t/2 = \dots \text{cm}$
5. सूचकांक सूई की प्रेक्षित लंबाई, l'
 = लेंस के प्रकाशिक केंद्र तथा पिन की नोक के बीच की दूरी
 = पैमाने पर लेंस अपराइट की स्थिति – पैमाने पर पिन-अपराइट की स्थिति = ...cm
6. सूचकांक संशोधन, $e = l - l' = \dots \text{cm}$

तालिका E 12.1: अवतल लेंस के u, v तथा f का निर्धारण

क्र. सं.	स्थिति						
1	बिंब पिन अपराइट की स्थिति $P_1, a \text{ (cm)}$						
2	उतल लेंस L_1 अपराइट की स्थिति $b \text{ (cm)}$						
---	L_1 द्वारा बने प्रतिबिम्ब की स्थिति $L_1, c \text{ (cm)}$						
5	अवतल लेंस L_2 अपराइट की स्थिति, $d \text{ (cm)}$						
	L_2 तथा L_2 द्वारा बने प्रतिबिम्ब की स्थिति, बिन्ड $L_2, g \text{ (cm)}$						
	प्रेक्षित $u = c - d \text{ (cm)}$						
	प्रेक्षित $v = g - d \text{ (cm)}$						
	संशोधित u $=$ प्रेक्षित $u + e \text{ (cm)}$						
	संशोधित v $=$ प्रेक्षित $v + e \text{ (cm)}$						
	$f = uw/(u - v) \text{ (cm)}$						
							$\Delta f \text{ (cm)}$
							औसत

परिकलन

सूत्र $f = \frac{uv}{u - v}$ का उपयोग करके अवतल लेंस की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।

त्रुटि

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$$

अधिकतम अपेक्षित त्रुटि का आकलन

$$\frac{\Delta f}{f^2} = \frac{\Delta v}{v^2} + \frac{\Delta u}{u^2}$$

$$\Delta f = f^2 \frac{\Delta v}{v^2} + \frac{\Delta u}{u^2}$$

यहाँ Δu तथा Δv मापक पैमाने के अल्पतमांक हैं। u, v तथा f के मान प्रेक्षण तालिका से लिए जाने हैं। Δf की त्रुटियों के पांच मानों के अधिकतम को परिणाम के साथ त्रुटि के रूप में लिखा जाना।

परिणाम

दिये गये अवतल लेंस की फ़ोकस दूरी है ($f \pm \Delta f$) = ... ± ... cm

यहाँ f फ़ोकस दूरी का औसत मान है।

सावधानियाँ

1. अवतल लेंस को उत्तल लेंस के समीप रखना चाहिए। वास्तव में, दूसरा प्रतिबिंब I_2 तभी बनता है जबकि अवतल लेंस L_2 तथा पहले प्रतिबिंब I_1 (जो अवतल लेंस के लिए आभासी बिंब की भाँति कार्य करता है) के बीच की दूरी अवतल लेंस की फ़ोकस दूरी से कम हो।
2. चूँकि I_2 पर बना प्रतिबिंब काफी आवर्धित होता है, यह धुंधला हो सकता है। अतः पतले तथा तीक्ष्ण बिंब पिन का उपयोग करना तथा इसे विद्युत बल्ब जलाकर चमकीला बना लेना बेहतर रहेगा।
3. प्रयोग के दूसरे भाग में उत्तल लेंस तथा P_1 को अपनी स्थिति से नहीं हिलाना चाहिए।
4. लेंस L_2 के अवतल पृष्ठ से प्रकाश के परावर्तित होने के कारण प्रतिबिंब पिन P_2 का छोटा, वास्तविक तथा उल्टा प्रतिबिंब भी बन सकता है। इसकी उत्तल तथा अवतल लेंसों के संयोजन द्वारा बने सुस्पष्ट तथा चमकीले प्रतिबिंब के साथ भ्राँति नहीं होनी चाहिए।
5. सूचकांक संशोधन / बेंच संशोधन का u तथा v दोनों पर अनुप्रयोग करना चाहिए।

त्रुटि के स्रोत

1. यदि बिंब पिन की नोंक तथा लेंस का प्रकाशिक केंद्र उचित प्रकार से संरेखित नहीं हैं। (यदि समान क्षैतिज तल में नहीं रखे गए हैं), तो प्रतिबिंब पिन की नोंक तथा बिंब पिन के प्रतिबिंब की नोंक एक-दूसरे को स्पर्श नहीं करेंगी। इन दोनों के बीच कोई अंतराल हो सकता है, अथवा दोनों एक-दूसरे पर अतिव्यापित हो सकते हैं। ऐसी स्थिति में पैरेलैक्स दूर करने में त्रुटि हो सकती है फलस्वरूप परिणाम दोषपूर्ण होंगे।

- अधिक परिशुद्धता के लिए हमें तीक्ष्ण नुकीले बिंब पिन तथा प्रतिबिंब पिनों का उपयोग करना चाहिए।

परिचर्चा

- क्योंकि अवतल लेंस प्रकाश किरणों को अपसारित करता है, मात्र इसके द्वारा बना प्रतिबिंब वास्तविक नहीं होगा और उसे पर्दे पर नहीं लिया जा सकेगा। इन अपसारित किरणों को अभिसरित करने के लिए, जिससे कि वास्तविक प्रतिबिंब बने, उत्तल लेंस का उपयोग किया जाता है।
- अवतल लेंस से निर्गत अपसारित किरणों को किसी उत्तल दर्पण पर अभिलंबवत् आपतित कराकर उसी स्थान पर जहाँ बिंब रखा है, वास्तविक प्रतिबिंब बनाया जा सकता है। इस प्रकार अवतल लेंस की फ़ोकस दूरी अवतल दर्पण का उपयोग करके भी ज्ञात की जा सकती है।
- क्योंकि प्रतिबिंब I_2 बहुत आवर्धित होता है, यह दो लेंसों के बर्ण विपथन के कारण धुंधली बन सकती है। अतः इस पूरे प्रयोग को श्वेत प्रकाश में करने के बदले, बिंब पिन P_1 के पीछे एक पर्दा रखकर एक ही रंग के प्रकाश से करना अधिक अच्छा रहेगा। इसी कारण, पिन P_1 दूसरी पिन P_2 की तुलना में बहुत पतली और तीक्ष्ण होनी चाहिए।

स्व-मूल्यांकन

- इस प्रायोगिक व्यवस्था में दूरी d से पृथक्, अवतल लेंस तथा उत्तल लेंस का संयोजन, फ़ोकस दूरी F के एकल लेंस की भाँति व्यवहार करता है। किसी भी एक प्रेक्षण के लिए संबंध $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$ की जाँच कीजिए।
- u तथा v के मानों को आपस में बदल कर करके f का मान परिकलित कीजिए तथा इसकी तुलना प्रयोग द्वारा ज्ञात f के मान से कीजिए।

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग / कार्यकलाप

- $u v$ को y -अक्ष पर तथा $u-v$ को x -अक्ष पर लेकर $u v$ का $u-v$ के विरुद्ध ग्राफ़ खींचिए। ग्राफ़ की प्रवणता से f ज्ञात कीजिए।
- विभिन्न फ़ोकस दूरियों के उत्तल तथा अवतल लेंसों लेकर प्रयोग को दोहराइए। परिणामों की तुलना तथा विश्लेषण कीजिए।

प्रयोग 13

उद्देश्य

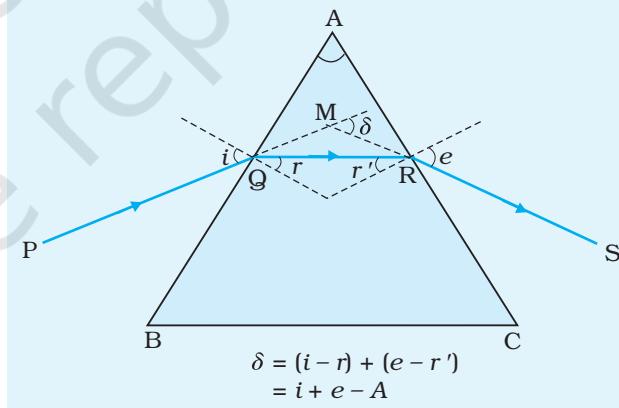
आपतन कोण तथा विचलन कोण के बीच ग्राफ आरेखित करके किसी दिये गये प्रिज्म के लिए अल्पतम विचलन कोण ज्ञात करना।

उपकरण एवं आवश्यक सामग्री

ड्राइंग बोर्ड, त्रिभुजाकार काँच का प्रिज्म, मीटर स्केल, आलपिन, सेलोटेप/ड्राइंग पिन, ग्राफ पेपर, चाँदा, सफेद कागज की शीट।

सिद्धांत

त्रिभुजाकार प्रिज्म के तीन आयताकार पार्श्व पृष्ठ होते हैं तथा दो त्रिभुजाकार आधार होते हैं। वह रेखा जिसके अनुदिश प्रिज्म के कोई दो फलक (अपवर्ती पृष्ठ) मिलते हैं वह प्रिज्म का अपवर्ती किनारा होता है तथा उन दोनों के बीच का कोण प्रिज्म कोण होता है। इस प्रयोग के लिए, प्रिज्म को इसके आयताकार पृष्ठों को ऊर्ध्वाधर रखते हुए ड्राइंग बोर्ड पर रखना सुविधाजनक रहता है। प्रिज्म का मुख्य परिच्छेद ABC अपवर्ती किनारे के लंबवत् क्षेत्रिज तल द्वारा प्राप्त होता है [चित्र E 13.1]।



चित्र E 13.1 काँच के प्रिज्म से प्रकाश का अपवर्तन

प्रकाश की एक किरण PQ (वायु से काँच में) प्रिज्म के पहले फलक AB पर कोण i पर आपतित होकर कोण r पर QR के अनुदिश अपवर्तित होती हुई अंत में RS के अनुदिश दूसरे फलक AC से निर्गत होती है। चित्र में बिंदु अंकित रेखाएँ पृष्ठों पर अभिलंबों को निरूपित करती हैं। दूसरे पृष्ठ AC पर (काँच से वायु में) आपतन कोण r' तथा अपवर्तन कोण (अथवा निर्गत कोण) e है। आपतित किरण PQ (आगे बढ़ाने पर) की दिशा तथा निर्गत किरण RS (पीछे बढ़ाने पर) की दिशा के बीच का कोण विचलन कोण δ है।

ज्यामिति की दृष्टि से हम पाते हैं कि

(E 13.1)

$$r + r' = A$$

(E 13.2)

$$\delta = (i - r) + (e - r') = i + e - A$$

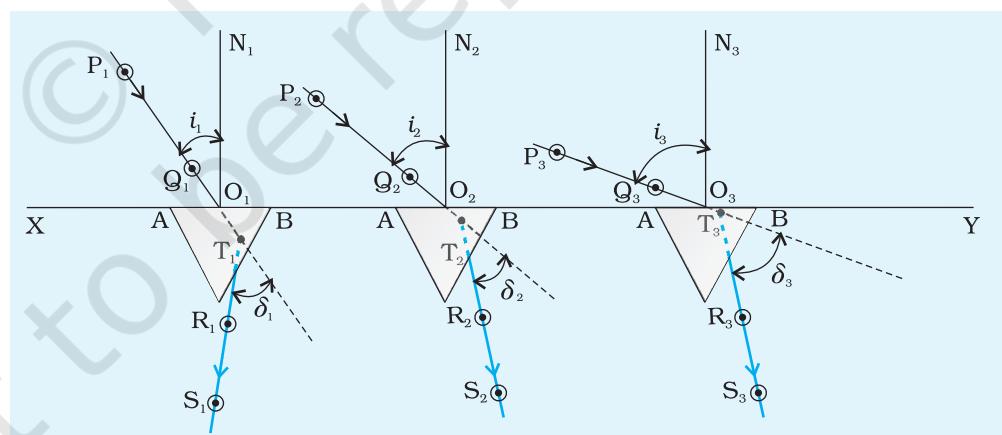
जब प्रिज्म अल्पतम विचलन δ_m की स्थिति में होता है तो प्रकाश की किरण प्रिज्म से सममिततः गुजरती हैं अर्थात् आधार के समांतर होती हैं। अतः जब

$$\delta = \delta_m, i = e \text{ जिससे ये ध्वनित होता है कि } r = r'.$$

प्रिज्म को अल्पतम विचलन की स्थिति में रखने का यह फायदा है कि इस स्थिति में प्रतिबिंब सबसे ज्यादा चमकीला बनता है।

कार्यविधि

- सेलोटेप अथवा ड्राइंग पिनों की सहायता से ड्राइंग बोर्ड पर सफेद कागज की शीट लगाइए।
- कागज की लंबाई के समांतर कागज के लगभग मध्य में नुकीली पेंसिल से एक सरल रेखा XY खींचिए।
- सरल रेखा XY पर लगभग 8 से 10 cm की उचित दूरियों पर O_1, O_2, O_3, \dots आदि बिंदु अंकित कीजिए। इन बिंदुओं पर अभिलंब $N_1O_1, N_2O_2, N_3O_3, \dots$ खींचिए (चित्र E 13.2)।



चित्र E 13.2 विभिन्न आपतन कोणों के लिए काँच के प्रिज्म से प्रकाश का अपवर्तन

- चाँद की सहायता से अभिलंबों से $35^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ$, के आपतन कोणों के तदनुरूपी क्रमशः $P_1O_1, P_2O_2, P_3O_3, \dots$ सरल रेखाएँ खींचिए। सफेद कागज की शीट पर कोणों $\angle P_1O_1N_1, \angle P_2O_2N_2, \angle P_3O_3N_3$, के मान लिखिए [चित्र E 13.2]।

5. प्रिज्म के अपवर्ती फलक AB को रेखा XY पर इस प्रकार रखिए कि बिंदु O_1 चित्र में दर्शाए अनुसार AB के मध्य में हो। तीक्ष्ण नोंक की पेंसिल से प्रिज्म की सीमा रेखा खींचिए।
6. आपतित किरण रेखा P_1Q_1 पर तीक्ष्ण नोंक वाले दो आलपिन P_1 तथा Q_1 ऊर्ध्वस्थितः इस प्रकार गाड़िए कि आलपिन Q_1 बिंदु O_1 के निकट हो तथा दोनों आलपिनों के बीच की दूरी 10 cm हो। एक आँख (जैसे बायाँ) को बंद रखकर प्रिज्म से होकर देखते हुए अपनी दायीं आँख को P_1 तथा Q_1 पिन के प्रतिबिंबों की रेखा में लाइए। सफेद कागज की शीट पर दो आलपिनों R_1 तथा S_1 को एक-दूसरे से लगभग 10 cm दूरी पर रखते हुए इस प्रकार गाड़िए कि इन पिनों की नोंकें, पिन P_1 तथा Q_1 के प्रतिबिंबों की नोंकों के साथ एक सरल रेखा में हों। इस प्रकार पिन P_1 तथा Q_1 के प्रतिबिंबों से पिन R_1 तथा S_1 सरेखिक हो जाएंगी।
7. आलपिन R_1 एवं S_1 को हटा कर तीक्ष्ण नोंक की पेंसिल द्वारा सफेद कागज पर बने पिनों के छिद्रों पर घेरा डाल दीजिए। P_1 एवं Q_1 पिनों को हटाकर इनके छिद्रों पर भी घेरा डालिए।
8. बिंदु (अथवा पिन छिद्रों) R_1 एवं S_1 को स्केल एवं तीक्ष्ण नोंक की पेंसिल द्वारा मिलाकर निर्गत किरण R_1S_1 प्राप्त कीजिए। इसे पीछे इतना बढ़ाइए कि यह आपतित किरण P_1Q_1 (जिसे आगे तक बढ़ाया गया है) से बिंदु T_1 पर मिले। P_1Q_1 तथा R_1S_1 पर किरणों की दिशा प्रदर्शित करने के लिए तीर शीर्ष बनाइए।
9. चांदे की सहायता से विचलन कोण δ_1 एवं प्रिज्म का कोण BAC (कोण A) मापिए तथा इन कोणों के मान, चित्र में अंकित कीजिए।
10. कार्य विधि के चरण 5 से 9 को विभिन्न आपतन कोणों ($40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ$) के लिए दोहराइए तथा तदनुरूपी विचलन कोणों $\delta_2, \delta_3, \dots$ को चांदे से मापकर क्रमानुसार इन मापों को आरेखों पर अंकित कीजिए।
11. अपने प्रेक्षणों को उचित मात्रकों तथा सार्थक अंकों सहित तालिका के रूप में अंकित कीजिए।

तालिका E 13.1: प्रिज्म के लिए आपतन कोण (i) एवं विचलन कोण (δ) की माप

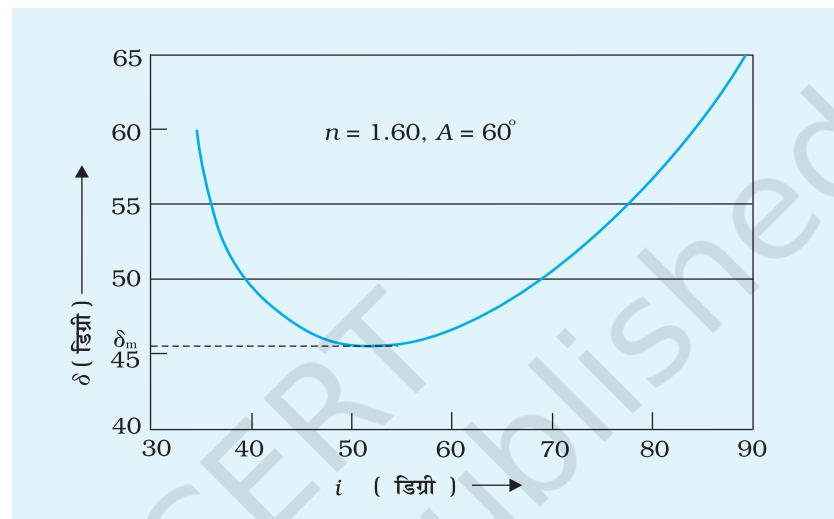
क्रम संख्या	आपतन कोण, i (डिग्री)	विचलन कोण, δ (डिग्री)
1		
2		
3		
--		
10		

प्रेक्षण

चाँदे का अल्पतमांक = ... (डिग्री)

प्रिज्म कोण, $A = \dots$ (डिग्री)

प्रिज्म के लिए i तथा δ के बीच ग्राफ़ आलेखन



चित्र E 13.3 आपतन कोण एवं विचलन कोण के बीच ग्राफ़

तालिका E 13.1 के प्रेक्षित मानों का उपयोग करते हुए आपतन कोण (i) को x-अक्ष के अनुदिश तथा विचलन कोण (δ) को y-अक्ष के अनुदिश लीजिए। इन अक्षों के लिए उपयुक्त पैमाने का चयन करके i तथा δ के बीच ग्राफ़ आलेखित कीजिए। यह सावधानी बरतिए कि वास्तव में आपको ग्राफ़ पर आलेखित सभी बिंदुओं [चित्र E 13.3] से गुजरने वाला एक मुक्तहस्त निर्बाध वक्र खींचना है।

परिकलन

ग्राफ़ के निम्नतम बिंदु पर x-अक्ष के समांतर स्पर्शी खींचिए। ग्राफ़ के y-अक्ष पर अल्पतम विचलन कोण δ_m का पाठ्यांक लीजिए। परिणाम को उचित सार्थक अंकों में व्यक्त कीजिए।

परिणाम

अल्पतम विचलन कोण, $\delta_m = \dots \pm \dots$ (डिग्री)

सावधानियाँ

1. कागज के तल पर आलपिनों को ऊर्ध्वस्थितः गाढ़ना चाहिए।

2. दूरी PQ तथा RS लगभग 10cm होनी चाहिए जिससे आपत्ति तथा निर्गत किरणों की स्थिति अधिक परिशुद्धता से निर्धारित की जा सके।
3. सभी प्रेक्षणों के लिए प्रिज्म के एक ही कोण का प्रयोग करना चाहिए।
4. प्रेक्षणों के एक समुच्चय के दौरान प्रिज्म को अपनी स्थिति से नहीं हिलाना चाहिए।

त्रुटि के स्रोत

1. यदि प्रिज्म के फलकों के आसन्न युग्मों के बीच तीन अपवर्तन कोण बराबर नहीं हैं तो $A + \delta \neq i + e$
2. कोणों के मान की माप में त्रुटि हो सकती है।

परिचर्चा

1. यह सुझाव दिया जाता है कि लिये गये आपत्तन कोण का मान 35° से अधिक होना चाहिए। यह इस कारण से आवश्यक है कि 35° से कम आपत्तन कोण के लिए प्रिज्म के भीतर पूर्ण आंतरिक परावर्तन की संभावना होती है।
2. आपको अपने पाठ्यांकों की जाँच सूत्र $i + e = A + \delta$ के अनुप्रयोग द्वारा करनी चाहिए।
3. इस प्रयोग में प्राप्त $i - \delta$ वक्र, अरैखिक वक्र है। इन परिस्थितियों में, अल्पतम विचलन के क्षेत्र में अधिक पाठ्यांक लेना चाहिए ताकि अल्पतम विचलन कोण का परिशुद्ध मान प्राप्त हो सके। उदाहरणार्थ, यदि δ के पाठ्यांक आरंभ में $35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$, तथा 50° के कोणों पर लिये जाते हैं तथा यदि $i - \delta$ के आंकड़ा बिंदु चित्र E 13.3 में दर्शाए अनुसार स्थित हैं तो 45° से 55° के परास में i के मानों के लिए कुछ अधिक पाठ्यांक, जैसे 1° अथवा 2° के अंतर पर लिए जाने की आवश्कता है। इस क्षेत्र में अधिक पाठ्यांक लेने से एक निर्बाध वक्र खींचने में सहायता मिलेगी। ऐसा करने पर आप ग्राफ पर निम्नतम बिंदु का अधिक परिशुद्धता से पता लगाने में समर्थ हो जाएंगे।
4. अल्पतम विचलन की अवस्था में प्रिज्म के भीतर अपवर्तित किरण प्रिज्म के आधार के समांतर गमन करके $r = r'$ के प्रतिबंध को पूरा करती है।
5. ग्राफ एक तीक्ष्ण निम्निष्ठ नहीं दर्शाता। अल्पतम विचलन के निकट आपत्तन कोण के एक परास में हमें समान विचलन प्राप्त होता है। अतः अल्पतम विचलन पर $i - \delta$ ग्राफ पर स्पर्शी खींचते समय हमें अधिक सावधानी बरतनी चाहिए।

स्व-मूल्यांकन

1. i तथा δ के बीच ग्राफ की व्याख्या कीजिए।
2. यदि इस प्रयोग को निर्गत कोण को आपत्तन कोण के रूप में लेकर संपन्न करें, तो क्या δ के मानों में कोई अंतर होगा? यदि हाँ तो क्यों? यदि नहीं तो क्यों नहीं?

- यदि आप आपतन कोण को कम करते चले जाएं तो क्या होगा? यदि आप यह सोचते हैं कि इसका कोई अल्पतम मान है, तो सैद्धांतिक रूप से इसका व्यंजक ज्ञात करने का प्रयास कीजिए। क्या होता है जब i का मान अल्पतम आपतन कोण से कम होता है?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग / कार्यकलाप

- मापे गये प्रिज्म कोण A तथा ग्राफ द्वारा ज्ञात δ_m के मानों का उपयोग करके नीचे दी गयी समीकरण द्वारा प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक परिकलित कीजिए।

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin [(A+\delta_m)/2]}{\sin (A/2)}$$

- आपतन कोण i तथा विचलन कोण δ , जिनका आपने प्रेक्षण किया है, के प्रत्येक मान के लिए तदनुरूपी निर्गत कोण e को मापिए। प्रत्येक के लिए $(i + e)$ तथा $(A + \delta)$ के मान ज्ञात कीजिए और देखिए वे किस प्रकार सादृश्य हैं।
- कोण i एवं e के विभिन्न मानों के लिए, आपके द्वारा आलेखित $i - \delta$ वक्र को काटने वाली समांतर क्षेत्रिज रेखाएँ खींचिए। इन क्षेत्रिज रेखाओं के मध्य बिंदु ज्ञात कीजिए तथा इन मध्य बिंदुओं को मिलाइए। इस प्रकार प्राप्त वक्र की क्या आकृति है? यदि आप यह पाते हैं कि यह आकृति सरल रेखा जैसी है तो इसकी (i) प्रवणता (ii) y -अंतःखंड तथा (iii) x -अंतःखंड ज्ञात कीजिए।
- एक खोखले प्रिज्म के उपयोग द्वारा $i - \delta$ ग्राफ आलेखित करके विभिन्न द्रवों के अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।
- आपने जो आकृति खींची है उससे r तथा r' को मापिए। i तथा r एवं e तथा r' के मानों से प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।